|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |
| http://100-bal.ru/pars_docs/refs/55/54691/54691_html_255073fc.gif |  |
| E:\Лена\10 класс\открытые уроки\svoistv_files\sin.gif | E:\Лена\10 класс\открытые уроки\svoistv_files\tg.gif | E:\Лена\10 класс\открытые уроки\svoistv_files\ctg.gif |
| E:\Лена\10 класс\открытые уроки\svoistv_files\cos.gif |
|  |
| https://matematikalegko.ru/wp-content/uploads/2012/10/19.gif | https://matematikalegko.ru/wp-content/uploads/2012/10/20.gif |
| Основные тригонометрические формулыsin2 α + cos2 α = 1tg α · ctg α = 1

|  |  |
| --- | --- |
| 1 + tg2 α =  | 1 |
| cos2 α |
| 1 + ctg2 α =  | 1 |
| sin2 α |

 | Тригонометрические функции двойного углаsin 2α = 2 sin α · cos αcos 2α = cos2 α - sin2 α

|  |  |
| --- | --- |
| tg 2α =  | 2 tg α |
| 1 - tg2 α |
| ctg 2α =  | ctg2 α - 1 |
| 2 ctg α |

 | Формулы понижения степени

|  |  |
| --- | --- |
| sin2 α =  | 1 - cos 2α |
| 2 |
| cos2 α =  | 1 + cos 2α |
| 2 |

|  |  |
| --- | --- |
| sin3 α =  | 3 sin α - sin 3α |
| 4 |
| cos3 α =  | 3 cos α + cos 3α |
| 4 |

 |
| Тригонометрические функции суммы и разности угловsin(α + β) = sin α · cos β + cos α · sin βsin(α – β) = sin α · cos β – cos α · sin βcos(α + β) = cos α · cos β – sin α · sin βcos(α – β) = cos α · cos β + sin α · sin β

|  |  |
| --- | --- |
| tg(α + β) =  | tg α + tg β |
| 1 – tgα · tg β |

 |

|  |  |
| --- | --- |
| tg(α – β) =  | tg α – tg β |
| 1 + tgα · tg β |
| ctg(α + β) =  | ctgα · ctg β - 1 |
| ctg β + ctg α |

|  |  |
| --- | --- |
| ctg(α - β) =  | ctgα · ctg β + 1 |
| ctg β - ctg α |

 | Формулы преобразования произведений функций

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| sin α · sin β =  | 1 | (cos(α - β) - cos(α + β)) |
| 2 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| sin α · cos β =  | 1 | (sin(α + β) + sin(α - β)) |
| 2 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| cos α · cos β =  | 1 | (cos(α + β) + cos(α - β)) |
| 2 |

 |
| Формулы преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| sin α + sin β = 2 sin  | α + β |  cos  | α - β |
| 2 | 2 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| sin α - sin β = 2 sin  | α - β |  cos  | α + β |
| 2 | 2 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| cos α + cos β = 2 cos  | α + β |  cos  | α - β |
| 2 | 2 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| cos α - cos β = -2 sin  | α + β |  sin  | α - β |
| 2 | 2 |

 |

|  |  |
| --- | --- |
| tg α + tg β =   | sin(α + β) |
| cos α · cos β |

|  |  |
| --- | --- |
| tg α - tg β =   | sin(α - β) |
| cos α · cos β |

|  |  |
| --- | --- |
| ctg α + ctg β =   | sin(α + β) |
| sin α · sin β |

|  |  |
| --- | --- |
| ctg α - ctg β =   | sin(β - α) |
| sin α · sin β |

 | Универсальная тригонометрическая подстановка

|  |  |
| --- | --- |
| sin α =  | 2 tg (α/2) |
| 1 + tg2 (α/2) |

|  |  |
| --- | --- |
| cos α =  | 1 - tg2 (α/2) |
| 1 + tg2 (α/2) |

|  |  |
| --- | --- |
| tg α =  | 2 tg (α/2) |
| 1 - tg2 (α/2) |

|  |  |
| --- | --- |
| ctg α =  | 1 - tg2 (α/2) |
| 2 tg (α/2) |

 |
| **Решение тригонометрических уравнений** |
| sin x = a; х – любое, при |а| > 1 ⇒ x ∈ ∅; при |а| ≤ 1 ⇒ х = (−1)n arcsin a + πn, n∈ ZЧастные случаи: 1. sin x = 0, х = πn, n∈ Z 2. sin x = 1, х = 2 π + 2πn, n∈ Z3. sin x = −1, х = 2 π − + 2πn, n∈ Z | cos x = a; х – любое,при |а| > 1 ⇒ x ∈ ∅; при |а| ≤ 1 ⇒ х = ±arccos a + 2πn, n∈Z Частные случаи: 1. cos x = 0, х = 2 π + πn, n∈ Z 2. cos x = 1, х = 2πn, n∈ Z 3. cos x = −1, х = π + 2πn, n∈ Z | tg x = a; х ≠ 2 π + πn, n∈ Z , a – любое ⇒ х = arctg x + πn, n∈ Zctg x = a; х ≠ πn, n∈ Z , a – любое ⇒ х = arcctg x + πn, n∈ Z |
| **Преобразование к квадратным**a∙sin2x+ b∙sinx + c = 0 a∙sin2x+ b∙cosx + c = 0 использование формул:(Пусть sinx= t, │t│≤ 1 (используем формулы: cos2x = cos2x – sin2x =тогда: a∙t2 + b∙t + c = 0) sin2x= 1 – cos2x или = 2 cos2x – 1 = 1– 2 sin2x cos2x= 1– sin2x) (пример: cos2x + sinx = 0) | **Введение вспомогательного угла**

|  |  |
| --- | --- |
| $$asinx+bcosx=c, a^{2}+b^{2}\ne 0$$ |  |

Разделим левую и правую часть уравнения на:$ \sqrt{a^{2}+b^{2}}$.Так как $\frac{a}{\sqrt{a^{2}+b^{2}}}sinx+\frac{b}{\sqrt{a^{2}+b^{2}}}cosx=\frac{c}{\sqrt{a^{2}+b^{2}}}$, |
| **Разложение на множители**вынесение общего множителя использование формул суммы за скобки (разности) тригонометрических функци (пример:  cosx = sin2x∙cosx ) (пример: sin7x = sinx) | **Универсальные подстановки**$sinx=\frac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^{2}\frac{x}{2}}$ ***и*** $cosx=\frac{1-tg^{2}\frac{x}{2}}{1+tg^{2}\frac{x}{2}}$ |
| **Однородные уравнения**1ой степени: a∙sinx+ b∙cosx = 0 2ой степени: a∙sin2x+ b∙sinx∙cosx+ c∙cos2x= 0(обе части уравнения делим (обе части уравнения делим на cos2x≠ 0,на cosx≠ 0,получим: a∙tgx+ b = 0) получим: a∙tg2x+ b∙tgx+ c = 0) | ***Понижения степени***$sin^{2}α=\frac{1}{2}\left(1-cos2α\right)$$ cos^{2}α=\frac{1}{2}\left(1+cos2α\right)$ |
| **Возведение обеих частей уравнения в квадрат**$$sinx+cosx=1$$$$(sinx+cosx)^{2}=1^{2}$$$sin^{2}x+2sinx cosx+cos^{2}x=$1 | **Подстановка через половинного аргумента**Надперейти к аргументу x/2 и применить формулы половинного аргумента $sinx+cosx=1$. $$2sin\frac{x}{2}cos\frac{x}{2}+cos^{2}\frac{x}{2}-sin^{2}\frac{x}{2}=cos^{2}\frac{x}{2}+sin^{2}\frac{x}{2}$$ | **Замена с помощью**$ sin^{2}x+cos^{2}x=1$$$sinx\pm \sqrt{1-sin^{2}x}=1$$$\pm \sqrt{1-sin^{2}x}=1-sinx$ возводим обе части в квадрат$$1-sin^{2}x=1-2sinx+sin^{2}x$$ |