Неравенство Коши

**Основные определения**

1/В школьной математике числовое неравенство Коши обычно используется в упрощенной формулировке:  если    и  , то    (1).

Неравенство (1) обращается в равенство тогда и только тогда, когда $a\_{1}=a\_{2}$ .

В общей форме неравенство Коши формулируется следующим образом:  если  ,  то , где $n\geq 2, $

причем неравенство превращается в равенство тогда и только тогда, когда $a\_{1}=a\_{2}=…=a\_{n}$**.**

**Доказательство неравенств**

1. Доказать, что если $ab>0 ,^{} $то верно неравенство $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$ .
2. Доказать неравенство $\left(a+b\right)( \frac{1}{a}+\frac{1}{b})\geq 4$, если$ a>0, b>0$.
3. Доказать неравенство $\left(a+4\right)\left(b+4\right)(a+b)\geq 32ab$, если$ a\geq 0, b\geq 0$.
4. Докажите, что для любых действительных $x,y,z$ верно неравенство $x^{2}+ y^{2}+z^{2}\geq xy+xz+yz.$
5. Докажите, что если действительные числа *а*$,в,с$ удовлетворяют неравенствам $a>0, b>0, c>0, $ то верно неравенство $\frac{bc}{a}+ \frac{ac}{b}+\frac{ab}{c}\geq a+b+c.$
6. Докажите, что при любых значениях переменных истинно неравенство:

 .

1. Докажите, что если действительные числа *а*$,в,с$ удовлетворяют неравенствам$ a\geq 0, b\geq 0, c\geq 0$, то верно неравенство $ab\left(a+b\right)+bc\left(b+c\right)+ac(a+c)\geq 6abc$.
2. Докажите, что если действительные числа *а*$, в,с$ удовлетворяют неравенствам$ a\geq 0, b\geq 0, c\geq 0$, то верно неравенство$ \left(a+b\right)\left(b+c\right)(a+c)\geq 8abc$.
3. Доказать неравенство$ x^{2}+ y^{2}+z^{2}+2xy+2xz+2yz\geq 9$ если x$>0, y>0, z>0, xyz=1. $
4. Пусть а$,в,с и d-$ положительные числа , произведение которых равно 1. Докажите, что

$ a^{2}+ b^{2}+c^{2}+d^{2}+ab+ac+ad+bc+bd+cd\geq 10$.

1. Доказать неравенство$ \left(a+1\right)\left(b+2\right)\left(c+3\right)\left(d+4\right)\leq 81$, если$ a\geq 0, b\geq 0, c\geq 0, d\geq 0 и $

 $a+b+c+d=2$.

1. Пусть  - произвольные положительные действительные числа . Докажите неравенство: .